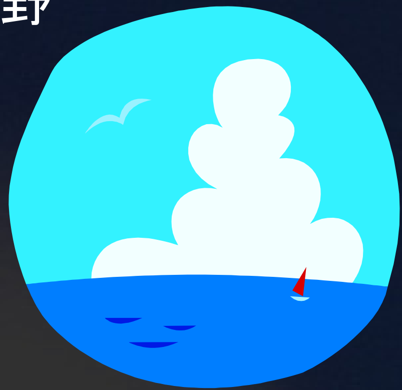
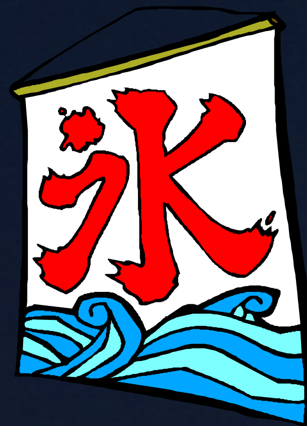
夏のターボセミナー in 遠野
2007. 8. 19-21

Dept. of Computer and Mathematical Sciences
Graduate School of Information Sciences
Tohoku University

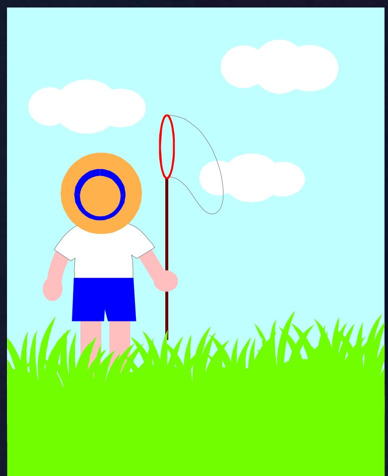


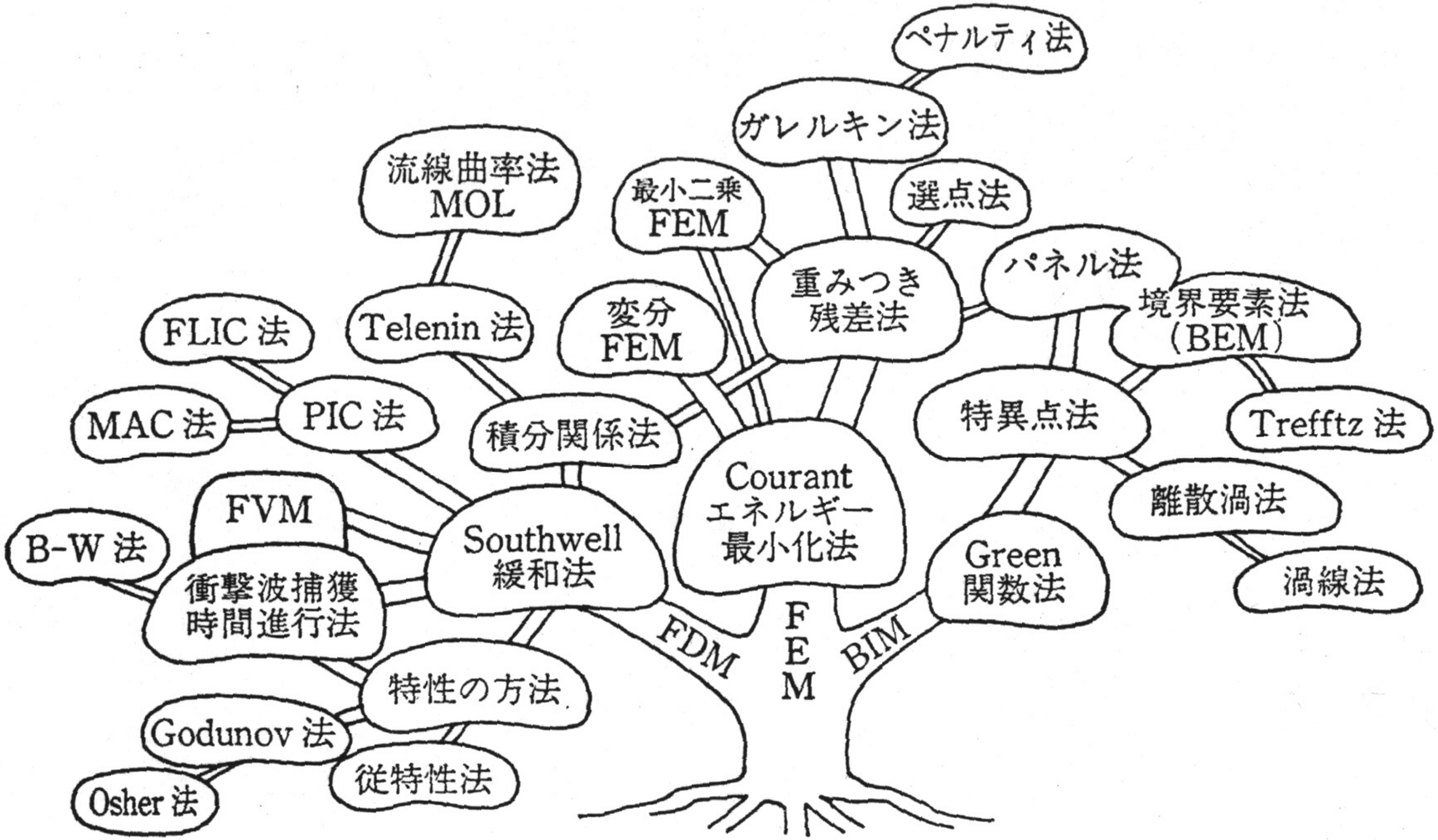
CFDの全貌と近況



東北大学大学院情報科学研究科

山本 悟





大宮司久明 作

図 1.1　流れの数値解法の系統図

流れの数値シミュレーション　日本機械学会編　コロナ社　1988

以前 1950 1960 1970

MAC法

Fractional-Step法

Simplified MAC法

Chorin(1968)

Amsden and Harlow (1970)

非圧縮性
粘性流れ

Richardson(1910)
Southwell(1940)
Von Naumann and Richitmyer(1950)

FDM

Godunov(1959)
Lax and Wendroff (1960)

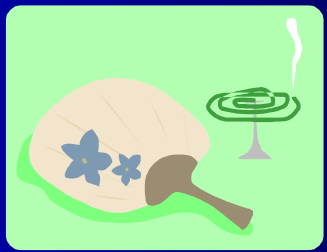
Harlow and Welch (1965)

MacCormack (1969)

圧縮性
非粘性流れ

AM

Lax and Friedrichs (1954)



応用数学
特性の理論（Courant and Hilbert 1937）

Dept. of Computer and Mathematical Sciences
Graduate School of Information Sciences
Tohoku University

2階準線形偏微分方程式

$$A\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+2B\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}+C\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=f(x,y)$$

特性方程式＋常微分方程式 → 特性方程式の根（特性曲線の傾斜）で型を分類

2つの複素根	重根	2つの実数根
↓	↓	↓
楕円型 Laplace(Poisson) 方程式	放物型 熱伝導方程式	双曲型 波動方程式
↓	↓	↓
楕円型方程式の差分解法 Gauss-Seidel法、SOR法	放物型方程式の差分解法 SOR法＋Crank-Nicolson法	双曲型方程式の差分解法 特性曲線法

Dept. of Computer and Mathematical Sciences
Graduate School of Information Sciences
Tohoku University

TOHOKU UNIVERSITY

非圧縮性流れのCFD

$$
\begin{cases}
\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \\
\mathbf{u}_t + \nabla \cdot \mathbf{u}\mathbf{u} = -\nabla p + \dfrac{1}{Re}\nabla^2 \mathbf{u}
\end{cases}
$$

$$
\begin{cases}
\mathbf{u}_t + \nabla \cdot \mathbf{u}\mathbf{u} = -\nabla p + \dfrac{1}{Re}\nabla^2 \mathbf{u} \\
\nabla^2 p = -\nabla \cdot \left(\mathbf{u}_t + \nabla \cdot \mathbf{u}\mathbf{u} - \dfrac{1}{Re}\nabla^2 \mathbf{u} \right)
\end{cases}
$$

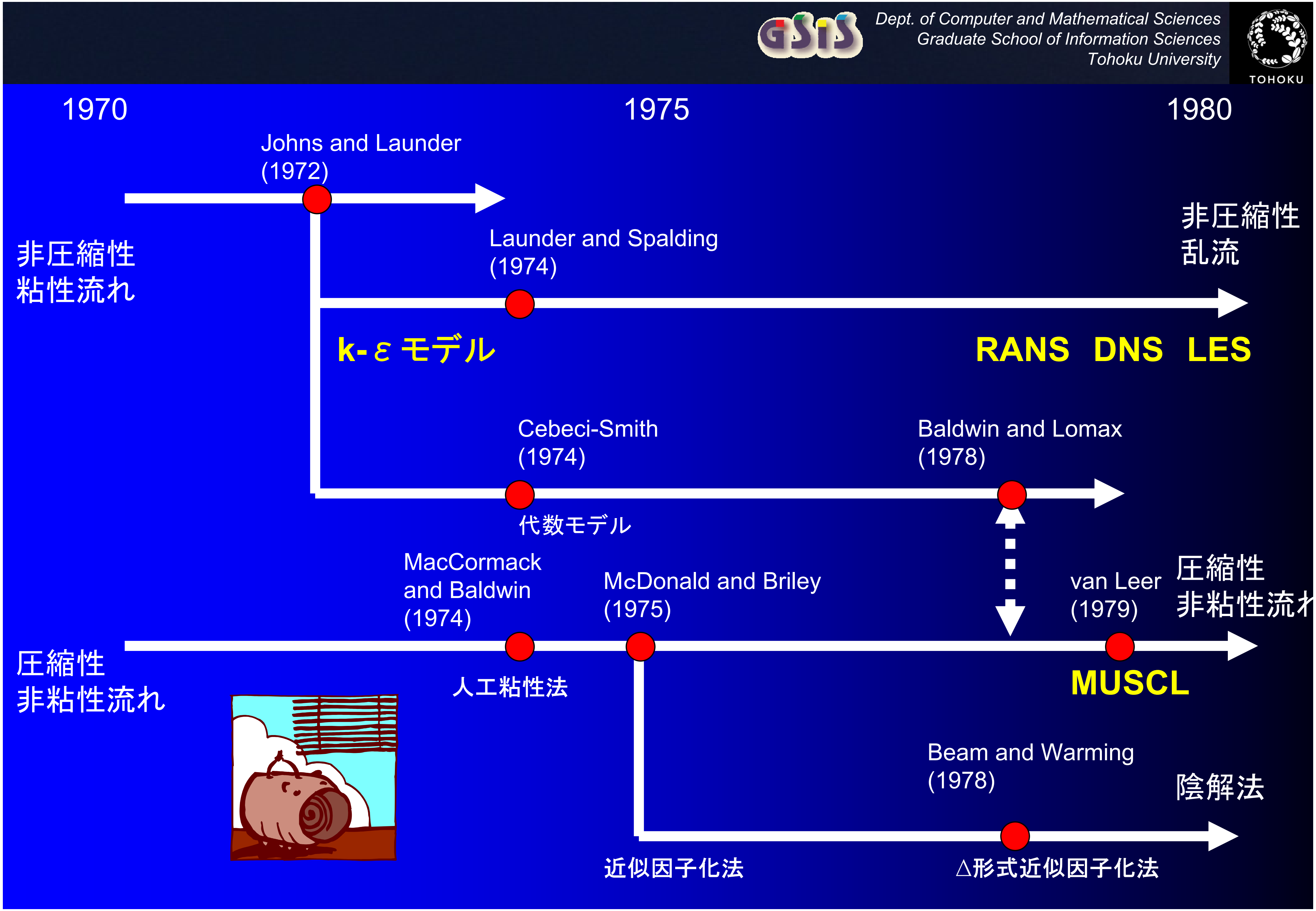
$$
\begin{cases}
\mathbf{u}^* = \mathbf{u}^n - \Delta t \left(\nabla \cdot \mathbf{u}\mathbf{u} + \nabla p - \dfrac{1}{Re}\nabla^2 \mathbf{u} \right)^n \\
\nabla^2 \phi = \nabla \cdot \mathbf{u}^* / \Delta t \\
\mathbf{u}^{n+1} = \mathbf{u}^* - \Delta t \nabla \phi^n \\
p^{n+1} = p^n + \phi
\end{cases}
$$

圧縮性流れのCFD

$$
\begin{cases}
\dfrac{\partial Q}{\partial t} + \dfrac{\partial F}{\partial x} + \dfrac{\partial G}{\partial y} = 0 \\
Q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u u + p \\ \rho v u \\ (e+p)u \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho u v \\ \rho v v + p \\ (e+p)v \end{bmatrix}
\end{cases}
$$

$$
\begin{cases}
Q_{i,j}^{n+1} = Q_{i,j}^{n} - \dfrac{\Delta t}{\Delta x}\left(\hat{F}_{i+1/2,j} - \hat{F}_{i-1/2,j} \right) \\
\qquad\qquad - \dfrac{\Delta t}{\Delta y}\left(\hat{G}_{i,j+1/2} - \hat{G}_{i,j-1/2} \right)
\end{cases}
$$

S.Yamamoto


Dept. of Computer and Mathematical Sciences
Graduate School of Information Sciences
Tohoku University
TOHOKU
1970
1975
1980
Johns and Launder
(1972)
非圧縮性
粘性流れ
Launder and Spalding
(1974)
非圧縮性
乱流
k-ε モデル
RANS DNS LES
Cebeci-Smith
(1974)
Baldwin and Lomax
(1978)
代数モデル
MacCormack
and Baldwin
(1974)
McDonald and Briley
(1975)
van Leer
(1979)
圧縮性
非粘性流れ
圧縮性
非粘性流れ
人工粘性法
MUSCL
Beam and Warming
(1978)
陰解法
近似因子化法
Δ形式近似因子化法

1次元圧縮性オイラー方程式

$$Q_t + F_x = 0 \qquad Q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ e \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ (e+p)u \end{bmatrix}$$

特性の理論の適用

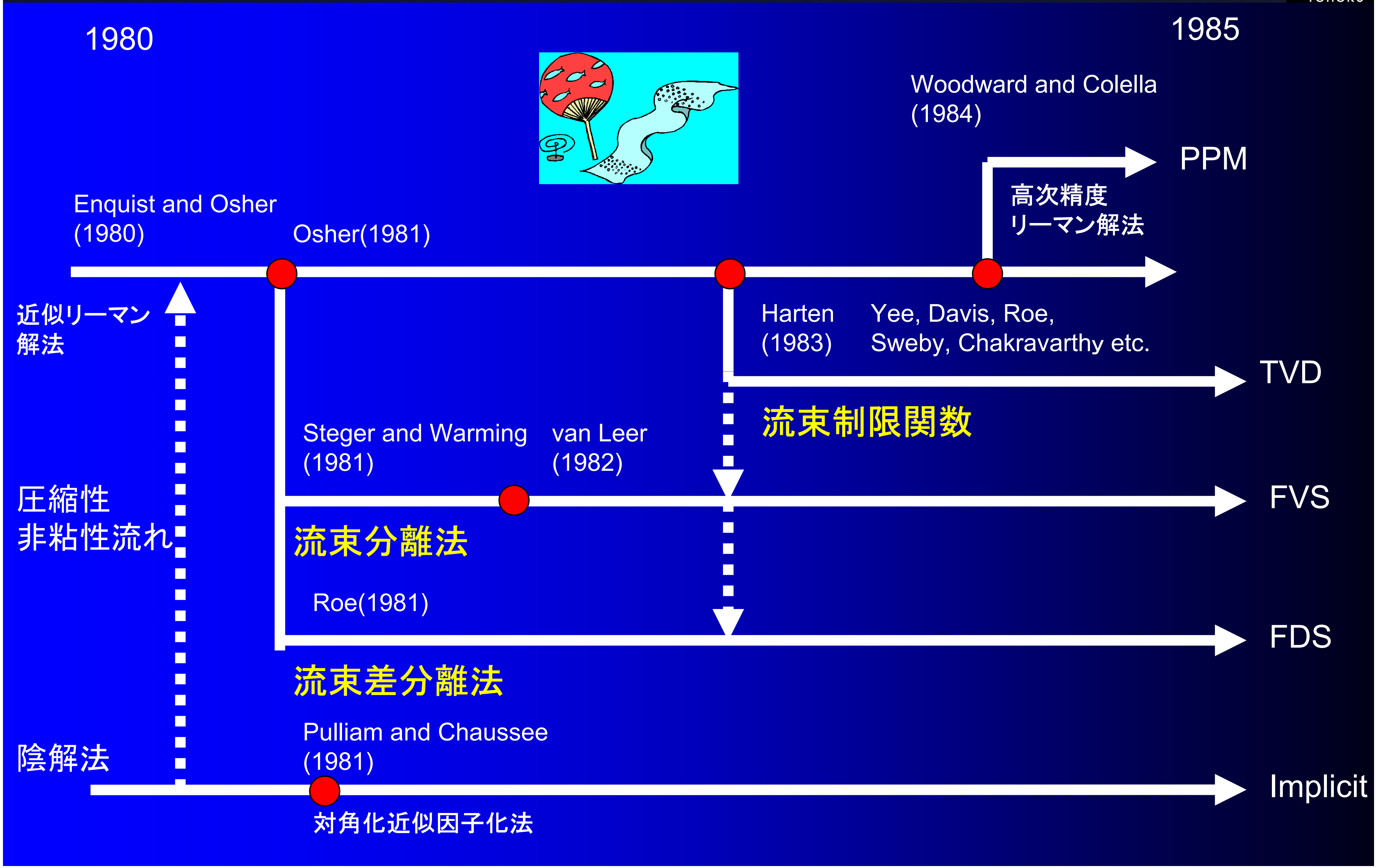
$$W_t + \Lambda W_x = 0 \qquad W = \begin{bmatrix} s \\ u + 2c/(\gamma - 1) \\ u - 2c/(\gamma - 1) \end{bmatrix}, \quad \Lambda = \begin{bmatrix} u & 0 & 0 \\ 0 & u+c & 0 \\ 0 & 0 & u-c \end{bmatrix}$$

特性速度　$u,\ u \pm c$　を勾配に持つ3つの特性曲線上で成り立つそれぞれの常微分方程式を如何にして単調性を保ちながら上流差分するか？

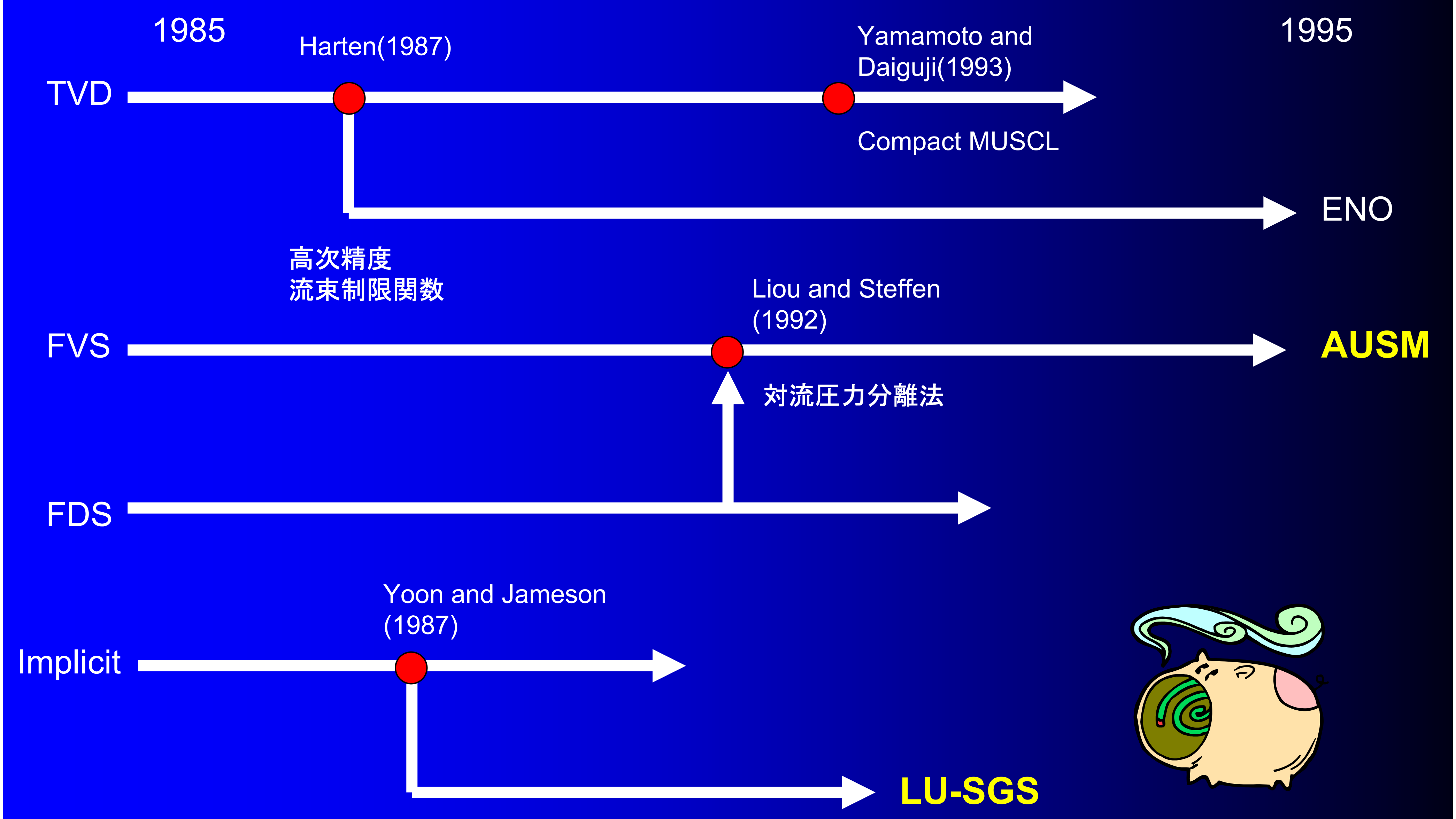
↓

Riemann 解法 → 流束分離、MUSCL，TVDスキーム，etc

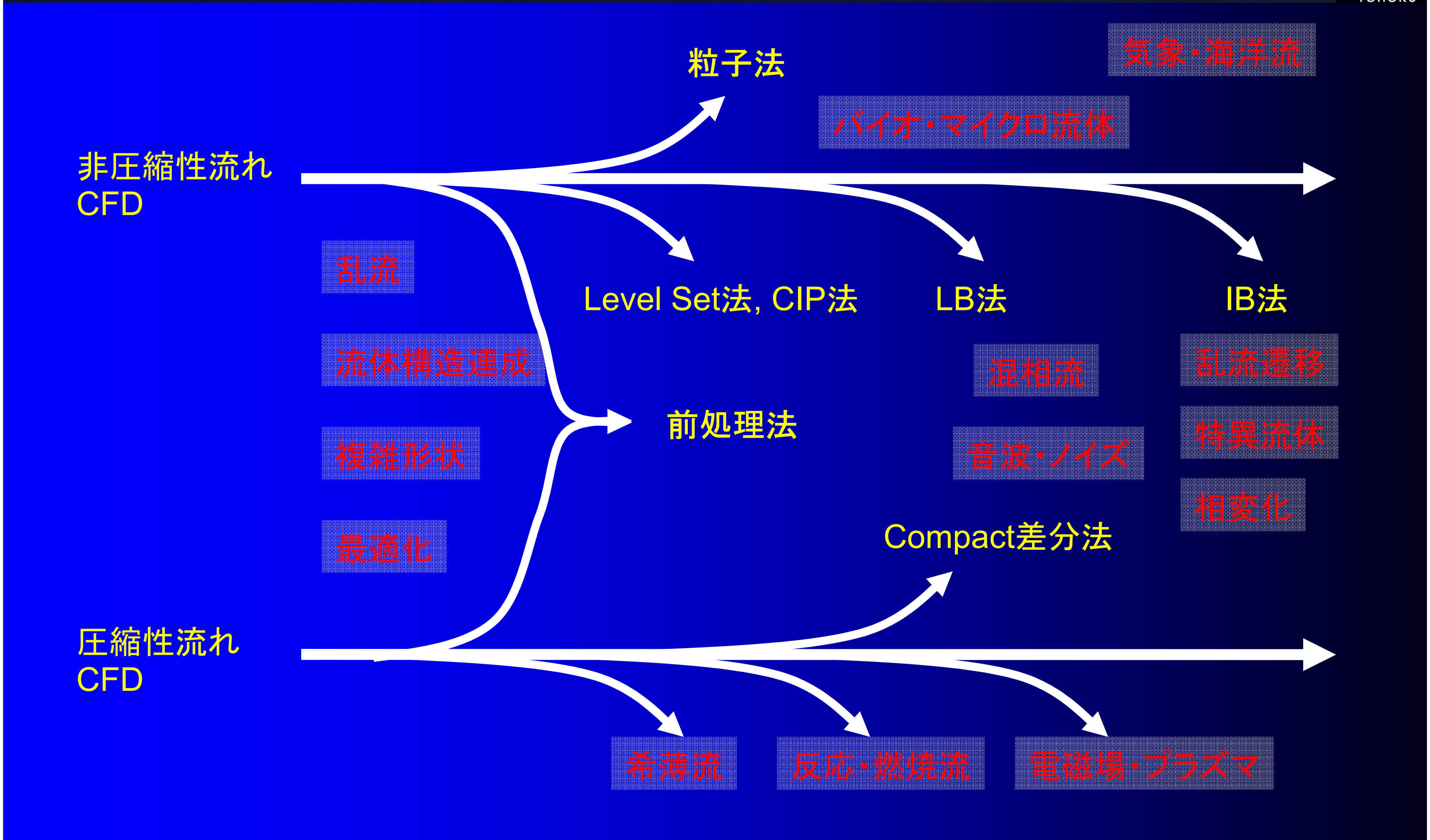
Dept. of Computer and Mathematical Sciences
Graduate School of Information Sciences
Tohoku University

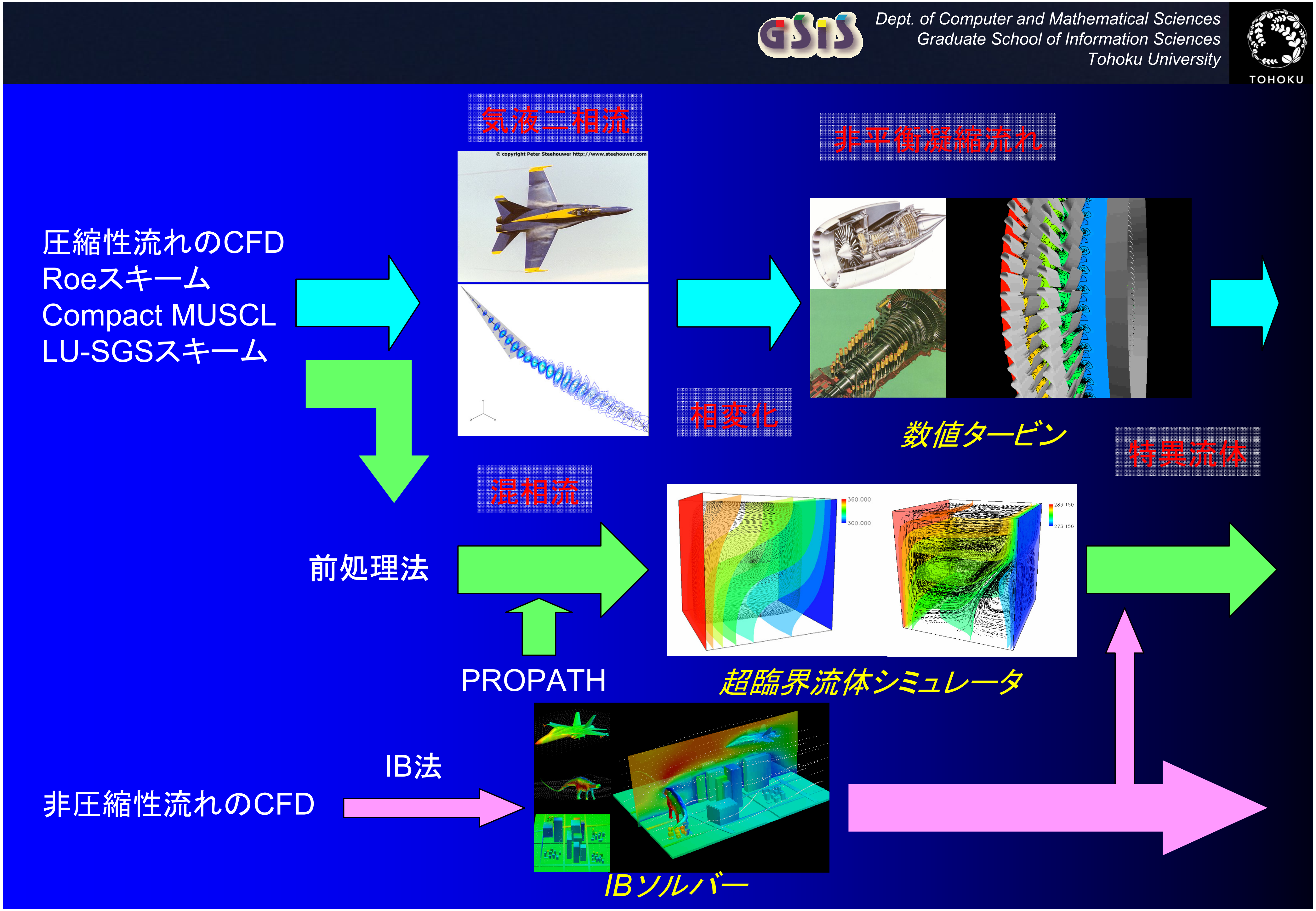


Dept. of Computer and Mathematical Sciences
Graduate School of Information Sciences
Tohoku University



Dept. of Computer and Mathematical Sciences
Graduate School of Information Sciences
Tohoku University





Dept. of Computer and Mathematical Sciences
Graduate School of Information Sciences
Tohoku University
TOHOKU
気液二相流
非平衡凝縮流れ
圧縮性流れのCFD
Roeスキーム
Compact MUSCL
LU-SGSスキーム
相変化
数値タービン
特異流体
混相流
前処理法
PROPATH
超臨界流体シミュレータ
IB法
非圧縮性流れのCFD
IBソルバー