

まえがき

今回公表する「数値流体力学大全」は筆者らの解説・講義原稿・研究成果を，内容が分かり易くなるように，蓄積してきたメモをもとに加筆・修正したものです．

大全というには内容不十分で，これは努力目標というところです．

執筆に際しては正確を期したつもりですが，筆者の年齢を考えると誤りも多いと思われます．誤りや不適切な表現に気付かれましたときにはご指摘いただければ幸いです．特にプログラムは本文の記述に合わせ一部書き換えており，また全面的に書き換えたものもあります．簡単な例題を走らせるなどして，誤りのないことを確かめてからご使用ください．

皆様の何らかのお役にたてれば幸甚です．

2009年3月 筆 者

2012年3月5日 7章 付録追加．11章 表題変更，11.1節追加，図11.6に関し加筆．12章 12.7節追加．

目 次

[数 値 計 算 法]

第 1 章 連立 1 次方程式の解法—直接法	1-15
1.1 行列演算	2
1.2 ガウス・ジョルダン法	4
1.3 消去法による逆行列 A^{-1} の計算	6
1.4 ガウス消去法	8
1.5 クラウト法	10
第 2 章 連立 1 次方程式の解法—反復法	1-20
2.1 反復法の基本操作	1
2 点境界値問題	
Poisson 方程式の Dirichlet 問題	
2.2 連立 1 次方程式の反復解法	9
2.3 SOR 法	10
2.4 ADI 法	13
第 3 章 連立 1 次方程式の解法—ベクトルコンピュータに適した反復法	1-24
3.1 Chebyshev SOR 法 (red-black point relaxation)	1
3.2 Chebyshev SLOR 法 (zebra line overrelaxation)	5
3.3 多重格子法	10
楕円型線形微分方程式の多重格子法	
Poisson 方程式の Dirichlet 問題の多重格子法のプログラム	
準線形 2 階楕円型微分方程式の混合境界値問題への適用	
3.4 多重格子法の各種問題への拡張	22
第 4 章 補間と関数近似	1-25
4.1 Lagrange 補間多項式	1
4.2 Newton の補間公式	6
Newton 前進補間公式	
Newton 後退補間公式	
Gauss 前進補間公式, Gauss 後退補間公式, Stirling 補間公式, Bessel 補間公式	
4.3 スプライン法	11
3 次スプライン 指数スプライン スプライン法のプログラム	
4.4 最小 2 乗法に基づく補間	17
最小 2 乗スプライン 最小 2 乗指数曲線	

第5章 補間と関数近似—続き	1-29
5.1 安定な補間公式	1
単調関数を用いた補間	
制限関数を用いた補間	
例題と補間公式の限界	
5.2 構造格子における補間法	12
5.3 有限要素法の補間関数	14
三角形要素, 四面体要素	
四辺形要素, 六面体要素	
5.4 任意形状メッシュにおける関数近似	23
最小2乗スプライン	
最小2乗指数曲線	
第6章 数値積分と数値微分	1-22
6.1 数値積分	3
未定係数法による数値積分	
Newton-Cotes 求積法	
Gauss-Legendre 求積法	
6.2 各種補間公式に基づく数値積分	9
Lagrange 補間多項式に基づく数値積分	
スプラインに基づく数値積分	
指数関数を用いた補間式に基づく数値積分	
6.3 微分法と数値微分	14
1次式に基づく数値微分	
2次式に基づく数値微分	
3次式に基づく数値微分	
4次式に基づく数値微分	
差分式	
6.4 各種補間公式に基づく数値微分	20
差分形補間式に基づく数値微分	
スプラインに基づく数値微分	
指数関数を用いた補間式に基づく数値微分	
第7章 常微分方程式の数値解法	1-41
7.1 出発値の求め方	1
テイラー展開に基づく方法	
Picard 法	
7.2 前進形解法	3
Euler 前進法	
Runge-Kutta 法	

7.3 予測子修正子法	8
Euler の予測子修正子法	
2 個以上の出発値を用いる予測子修正子法	
Milne 法	
Adams-Bashforth 法, Adams-Moulton 法	
予測子修正子法の集積誤差と安定性	
7.4 数値計算例とプログラム	11
後退差分法	
常微分方程式の初期値問題の数値実験	
7.5 連立常微分方程式と高階常微分方程式	16
連立 1 階常微分方程式 k 階常微分方程式 2 階線形常微分方程式	
2 階非線形常微分方程式 連立 k 階常微分方程式	
7.6 常微分方程式の境界値問題	21
差分演算子 2 階線形常微分方程式 2 階非線形常微分方程式	
4 階線形常微分方程式 Hermite 法と spline 法	
付 録 常微分方程式の基礎	30
1 階常微分方程式	30
線形常微分方程式	32

[乱流モデル]

第 10 章 乱流と乱流解析	1-22
10.1 乱流の性質	1
10.2 乱流の計算	5
10.3 乱れ量の輸送方程式	9
10.4 乱流モデルとその適用限界	13
10.5 LES	19

[数値流体力学]

第 11 章 非粘性流れの FEM 解析	1-59
11.1 楕円型微分方程式	2
11.2 回転流面上の 2 次元翼列流れの FEM 解析	11
流れ関数方程式の境界値問題	
要素分割と補間関数	

ガレルキン法によるポアソン方程式の解法	
緩和法	
FEM における精度の良い数値微分	
11.3 回転流面上の 2 次元翼列流れのプログラム	19
11.4 3 次元翼列ポテンシャル流れの FEM 解析	34
ポテンシャル方程式の境界値問題	
六面体 3 重 1 次要素の補間関数	
随伴渦面を考慮した下流領域の計算	
FEM における精度の良い数値微分—3 次元	
上流と下流域に 2 次元解析を補う方法	
11.5 3 次元翼列ポテンシャル流れのプログラム	41
第 12 章 非圧縮性流れの解法—渦度輸送方程式と流れ関数方程式を解く方法	1-43
12.1 基礎方程式	1
12.2 定常流れの解法 (Dennis-Chang 法)	2
12.3 対流差分法	8
12.4 流れ関数の境界値	11
圧力一価の条件	
流路内にある物体まわりの流れ	
一様流中にある物体まわりの流れ	
12.5 外部流れの外側境界	15
12.6 $\psi - \omega$ 法のプログラム	18
流路内にある角柱まわりの流れ	18
一様流中にある 2 個の角柱まわりの流れ	27
12.7 $\psi - \omega$ 法の曲線座標格子への拡張	37
デカルト座標系から一般曲線座標系への変換	37
一般曲線座標系の基礎方程式	38
差分法による解法	41
第 13 章 非圧縮性流れの解法—MAC 型解法	1-70
13.1 MAC 法	1
13.2 SMAC 法	4
13.3 陰解法化と Neumann 安定解析	11
13.4 TVD 安定性と TVD スキーム	15
13.5 SMAC Δ 形陰解法	21
13.6 直角座標系から一般曲線座標系への変換	29
13.7 曲線座標格子の SMAC Δ 形陰解法	31
13.8 バックステップ流路流れのプログラム	33
13.9 反変速度を用いた拡散項の簡潔な表示	69
第 14 章 非圧縮性流れの解法—対流差分法 (未完)	1-

14.1 対流差分法	1
14.2 非圧縮性流れ問題への適用	7
14.3 定常 2 次元流れのプログラム	11
14.4 曲線座標格子への拡張	17
14.5 非定常 2 次元流れのプログラム	20
 第 15 章 非圧縮性流れの解法—その他の解法	 1
 第 16 章 圧縮性流れの解法—1 次元 Euler 方程式	 1-99
16.1 2 独立変数の双曲型微分方程式	1
16.2 1 次元流れの特性の理論	4
保存形方程式とヤコビ行列	
非保存形への変換	
固有値, 固有ベクトル, 対角化	
適合方程式	
特性曲線法	
16.3 1 次元流れの流束ベクトル分離法	12
Steger-Warming の流束ベクトル分離法	
1 次元オイラー方程式の初期値問題	
音速点における振れとその対策	
16.4 1 次元流れの流束差分分離法	18
TVD スキームとは	18
エントロピー条件とは	22
Chakravarthy-Osher TVD スキーム	25
1 次元オイラー方程式の流束差分分離	29
16.5 1 次元流れのゴドゥノフ型スキーム	33
1 次元流れのゴドゥノフ法	33
Roe の近似 Riemann 解	34
ゴドゥノフ法の 2 次精度への拡張	38
有限体積法 TVD スキーム	40
16.6 数値計算例 I	45
時間積分	45
制限関数	46
スカラー輸送方程式の初期値問題	50
リーマン問題	58
16.7 高次スキーム	73
高次コンパクト TVD スキーム	
高次コンパクト有限体積法 TVD スキーム	
16.6 数値計算例 II	79
スカラー輸送方程式の初期値問題	

リーマン問題	
付録 1 Roe の波動分離法	88
付録 2 リーマン問題の特性曲線法による解	89
第 17 章 圧縮性流れの解法—Navier-Stokes 方程式	1-78
17.1 3 独立変数以上の双曲型微分方程式	1
3 独立変数以上の双曲型微分方程式の Cauchy 問題	2
法線錐, 射線錐, 特性面の構成	3
演算子 \mathbb{L}	11
特性面に沿う不連続の伝播	14
非定常圧縮性等エントロピー流れへの応用	17
電磁流体力学への応用	20
17.2 圧縮性流れの基礎方程式	26
デカルト座標系の圧縮性 Navier-Stokes 方程式	
一般曲線座標系の圧縮性 Navier-Stokes 方程式	
17.3 線形化と対角化	31
デカルト座標系のオイラー方程式	32
一般曲線座標系のオイラー方程式	36
一般曲線座標系の質量流束のオイラー方程式	39
17.4 Δ 形陰解法	41
17.5 流束差分分離法	43
Chakravarthy-Osher TVD スキーム	43
流束差分の計算	44
流束差分分離法の高次コンパクト TVD スキーム	50
17.6 有限体積法	52
再構成段階	52
発展段階—Roe の近似リーマン解	55
発展段階—曲線座標格子における Roe の近似リーマン解	60
発展段階—時間積分	64
有限体積法の高次コンパクト TVD スキーム	66
17.7 計算の効率化	67
近似因子法	67
LU-SGS 法	69
主な記号	76
第 18 章 圧縮性流れの解法—乱流の計算	1-
18.1 圧縮性乱流の基礎方程式	1
アンサンブル平均 Navier-Stokes 方程式	2
座標成分で書かれた圧縮性 Navier-Stokes 方程式	4
乱流モデル—Baldwin-Lomax の代数モデルと Chien の 2 方程式モデル	7
18.2 線形化と対角化	10

デカルト座標系の方程式	10
一般曲線座標系の方程式	15
一般曲線座標系の質量流束の方程式	18
18.3 Δ 形陰解法	21
18.4 流束差分分離法	23
Chakravarthy-Osher TVD スキーム	23
18.5 有限体積法	26
18.6 計算の効率化	32